COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 31 AOUT 1891.

PRÉSIDENCE DE M. DUCHARTRE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — Anatomie comparée des végétaux.

Note de M. Ad. Chatin.

« En présentant à l'Académie le dernier fascicule de la partie de mon Anatomie comparée des végétaux relative aux espèces parasites (Phanérogames), fascicule complétant le Volume (avec atlas de 113 planches) relatif à cette classe de végétaux, je la prie de me permettre d'indiquer sommairement, avec l'origine de mes Recherches d'Anatomie comparée, quelques-uns de leurs résultats.

» L'origine de ces Recherches remonte à une époque où l'entreprise parut d'autant plus téméraire que les maîtres de la Science étaient unanimes à déclarer, après les tentatives infructueuses de Mirbel, que la Botanique ne saurait se prêter, même de loin, aux applications faites par les zoologistes à la Taxonomie de la connaissance de la structure interne des animaux.

» Pour moi, je pensais fermement que la Botanique, après avoir été la première à fonder la méthode naturelle sur la seule considération des organes extérieurs, ne devait pas tarder davantage à s'engager dans la voie que les zoologistes avaient si brillamment parcourue à la suite de Cuvier, et qui fut si féconde en applications à la Classification.

» Dès 1840, mes vues se dessinent dans ce titre de ma Thèse inaugurale à l'École de Pharmacie: Anatomie comparée des Végétaux appliquée à la Classification. Traduction de l'organisation interne, ou des parties cachées des végétaux, par celles placées à la surface; et lorsque, en 1854, je commençai la publication du présent Ouvrage sous le nom d'Anatomie comparée des Végétaux, mes idées avaient mûri et de nombreux matériaux étaient réunis.

» A un travail reposant en entier sur l'observation anatomique, je n'hésitai pas à donner des divisions toutes biologiques, dans la prévision, depuis justifiée, que des faits généraux d'organisation correspondraient à ces divisions.

» Les végétaux furent partagés, d'après leur habitat ou mode de vie, en : Parasites, Aquatiques, Épidendres et Terrestres.

» J'ai complété l'étude des Parasites dans le présent Volume, où l'Anatomie est surtout considérée dans ses rapports avec la Taxonomie, mais sans négliger ses enseignements pour la Morphologie, chaque organe devant être suivi dans l'ensemble des espèces (ainsi que je l'ai réalisé pour l'anthère, et plus sommairement pour le rhizome) et pour l'Histologie, les éléments anatomiques étant considérés dans leurs modifications de développement, de structure, de forme et de connexion.

» On ne saurait plus contester aujourd'hui qu'il soit non seulement possible, mais hautement utile d'appliquer l'Anatomie végétale à la diagnose des familles, des genres et des espèces, tout spécialement des espèces, ces véritables unités taxonomiques. Telle est la conclusion qui s'est dégagée, pleine et entière, de l'ensemble de mes recherches. Il me suffit, pour le prouver, de quelques citations empruntées à celles-ci.

» Dans les Parasites, la structure de la tige de l'anthère, du pollen, etc. distingue les Rhinanthacées de leurs voisines terrestres les Antirrhinées, des Thésiacées et des Orobanchées, demi-parasites comme elles. Les Loranthacées, distinctes des Thésiacées par la nature de leurs vaisseaux et la disposition du système libéro-ligneux, diffèrent beaucoup des Caprifoliacées, groupe terrestre dans lequel elles ont été longtemps comprises, ainsi que des Santalacées, Olacinées, Cératophyllées, Chloranthées surtout, dont M. A. Brongniart a signalé les analogies morphologiques. Leur

structure anatomique toute spéciale m'a conduit à séparer les Misodendrées des vraies Loranthacées.

- » Les Cuscutacées diffèrent des Cassythacées par l'absence habituelle de stomates, par la structure de la tige et des anthères. Quant aux Cytinées, Rafflésiacées et Balanophorées, elles forment, par l'ensemble de leurs caractères anatomiques, une association naturelle dans laquelle, par l'anatomie comme par la morphologie, celles-ci s'écartent le plus des deux autres.
- » La diagnose anatomique des genres ressort généralement plus nette que celle des familles, celle des espèces plus encore que celle des genres.

» Dans les Rhinanthacées, les Rhinanthus Castillejæ, Pedicularis, Euphrasia; dans les Thésiacées, les Thesium, Osyris, etc. diffèrent entre eux.

- » C'est l'Anatomie qui m'a conduit à créer le genre Dufrenoya sur l'Henslowia heteruntha et à reconstituer le genre Sphærocarya avec le Pyrularia leprosa. C'est elle aussi qui indique que l'Osyricarpos et le Rhoiocarpos, proposés pour quelques espèces de Thesium, ne sauraient être admis, tandis qu'elle est favorable à la réunion, opérée par de Candolle, du Rhinostegia au Thesium; contraire à la fusion du Mida et du Santalum, elle ne s'oppose pas au rapprochement de ce dernier genre et du Fusanus.
- » Dans les Loranthacées, la structure anatomique, qui m'a conduit à séparer du Misodendron le M. punctulatum sous le nom de Daltonia (¹), justifie amplement la formation du genre Arceuthobium sur le Viscum oxycedri et celle du Tupeia avec le Viscum tuberculatum.
- » Je signalerai, parmi les espèces, où tout serait à citer, les très nettes diagnoses anatomiques entre les Cuscuta epithymum et major, Viscum taxum et album, Lumphophytum brasicianum et mirabile, Thesium alpinum, divaricatum et pratense, Quinchamalium ericoides, gracile et chitense, Comandra livida et umbellata, Arjona pusilla et tuberosa, Choretrum glomeratum et lateriflorum, Leptomeria acida et Billardieri, Osyris alba et lanceolata, Henslowia umbellata, varians et Reinwardtiana, Pyrularia edulis et pubera, Exocarpos latifolia et ovata, etc.
- » Je rappelle aussi que, dans les plantes aquatiques, après avoir signalé le caractère anatomique des Naïadées, Hydrocharidées, etc., j'ai été conduit à éloigner l'Ottelia des Hydrocharidées pour en former, avec le Stratuotes et l'Enhatus, le type d'une famille non moins bien caractérisée par l'anatomie que par ses ovules anatropes; à séparer définitivement le

⁽¹⁾ De Dalton Hooker, qui, le premier, a signalé la remarquable structure des Misodendron.

Butomopsis du Butomus; le Damasonium de l'Alisma; le Tetroncium du Triglochin; le Limnanthemum du Villarsia et du Menyanthes; le Neptunia du Desmanthus; le Saururus de l'Houthuynia; le Sarracenia de l'Heliamphora; le Lilæa des Juncaginées pour le rapprocher des Naïadées.

» J'ai signalé aussi de bons caractères spécifiques anatomiques entre les Vallisneria spiralis et æthiopica, les Hydrilla ovalifolia et muscoides, Anacharis canadensis et chitensis, Alisma plantago, ranunculoides et natans, Triglochin palustre et maritimum, aux Potamogeton natans et fluitans (à tort réunis par des morphologistes), aux Villarsia parnassifolia et nymphoides, etc.

» Me reportant aux Épidendres et aux espèces terrestres, je noterai la différenciation, par l'anatomie, dans les premières : des Cattleia Forbesii, crispa et Mossiæ, Lelia anceps et crispa, Epidendrum cochleatum et crassifolium, Liparis lanceolata et Læselii, Uncidium Ciboletta et intermedium, Pleurothallis lanceolata et spatulata; et, parmi les secondes : des Acacia lophantha et dealbata, des Dianthus Caryophyllus, barbatus et superbus, des Piper cubeba et nigrum, des Combretum nitidum et obtusifolium, des Iberis semper florens et sempervirens, des Podocarpus elongata et taxifolia, des Thuya orientalis et occidentalis, des Juncus acutiflorus, obtusiflorus, Bufonius et Tenageia, plus spécialement des Luzula campestris et multiflora (espèce discutée par les morphologistes), des Carex ligerica et Schreberi, etc.

» Parmi les enseignements de l'Anatomie comparée pour l'Histologie, mon attention s'est portée, entre autres points, sur le système libéro-

ligneux, les stomates et le contenu des cellules épidermiques.

» Le système libéro-ligneux ou fibro-vasculaire se compose, en thèse générale, chez les Monocotylédones, de faisceaux épars dans un parenchyme diffus; dans les Dicotylédones d'un cercle traversé, ou non, par des rayons médullaires. Autre est l'organisation d'un certain nombre de plantes, monocotylédones et dicotylédones, dont le corps libéro-ligneux de la tige se réduit, comme en beaucoup de racines, à un cylindre axile ou central. Cette structure anormale s'observe dans les Potamogeton densum, perfoliatum, etc., dans l'Anacharis, l'Hydrilla, l'Udora, les Vallisneria, les Aldrovænda, Caulinia, Limosella, Littorella, Naias, Thalassia, Zanichellia.

» On remarquera que toutes ces plantes à corps ligneux sont aquatiques et vivent submergées, ce qui n'implique pas cependant que toutes les espèces aquatiques, même submergées, auront le corps ligneux axile.

» Une observation non sans intérêt, corrélative de la précédente, consiste en ce que les plantes à corps ligneux axile sont le plus souvent pri-

vées de vaisseaux, ou n'en ont que de transitoires dans le très jeune âge, ce qui est sans conteste un signe de dégradation organique.

» Les lacunes, ordinairement centrales, que présentent le corps ligneux de ces plantes, occupent parfois la place des vaisseaux transitoires résorbés, qu'elles remplacent pour le transport des liquides et des gaz.

» Ailleurs, les vaisseaux manquent seulement: aux racines (Alisma natans, Butomus, Damasonium, Liparis Læselii, Neottia Nidus-avis, Limodorum abortivum, Cymodocea, Stratiotes; au rhizome (Gratiola ou Villarsta parnassifolia), etc.

» Certaines plantes ont des vaisseaux, mais à l'exclusion de vraies trachées déroulables. Telles sont beaucoup de Parasites [Loranthacées, Clandestina (Duchartre), Hyobanche, Boschniakia]. Cependant, j'ai vu de fines trachées dans les appendices floraux du Clandestina et dans les écailles (tenant lieu de feuilles) du Boschniakia.

» Les stomates manquent, c'est bien connu, dans toutes les espèces aquatiques submergées, règle que confirment les plantes amphibies (Sagittaria, Alisma Plantago et ranunculoides, etc.), lesquelles perdent leurs stomates ou les ferment sous l'eau, les développant ou les ouvrant, au contraire, dans l'air.

» Quant aux végétaux parasites, que, sur des données incomplètes, on croyait être toujours privés de stomates, cela n'est vrai que d'un certain nombre d'entre eux (Cuscutacées, Cytinées, Balanophorées, Rafflésiacées notamment), tandis que ces organes existent chez d'autres espèces parasites, parfois très voisines de celles qui en sont privées. Ainsi, le Clandestina diffère, par ses stomates, du Lathræa Squamaria; l'Hypopitys lanuginosa et le Monotropa uniflora de l'Hypopitys multiflora et du Schweinitzia.

» Des stomates existent dans la plupart des Loranthacées, comme chez les Thésiacées et les Rhinanthacées, mais ils font défaut au *Tupeia*, ainsi qu'aux *Loranthus europœus*, *Acacia* et *Forsterianus*.

» Les rayons médullaires manquent-ils aux plantes parasites, comme on l'avait déduit de quelques observations sur les Rhinanthacées? Cela n'est vrai que d'un certain nombre d'entre elles, tandis que, d'autre part, ces rayons font défaut à des espèces terrestres (Pirola uniflora, Convolvulus arvensis, Illecebrum, Antirrhinum, Erythræa, Veronica, etc.), et surtout à des plantes plus ou moins aquatiques (Pilularia, Trapa, Myriophyllum, Hippuris, Villarsia, Swertia, Gratiola, Elaline, Heliamphora, Helodes, Isnardia, Littorella).

» L'histoire des fibres libériennes, dites aussi fibres corticales en raison de leur siège ordinaire et d'abord le seul connu, doit, ainsi que le paren-

chyme cortical mieux analysé, des faits nouveaux et importants à l'Anatomie comparée.

- » On savait que le Viscum album, comme bien d'autres Loranthacées, a des faisceaux de fibres libériennes entre le bois et la moelle aussi bien qu'au siège habituel d'élection entre le bois et le parenchyme cortical; or, j'ai vu ces fibres mêlées aux éléments du bois dans le Viscum album lui-même, ainsi que chez le Viscum tuberculatum, les Combretum, l'Olax scandens, le Quercus sessiliflora, les Genista anglica et tinctoria, Ulex europœus, Spartium junceum, Medicago arborea, etc. M. van Tieghem a même pu récemment établir une classification tout anatomique des Métastomacées d'après ces fibres libériennes extracorticales.
- » A l'époque où je donnais le premier Mémoire de l'Anatomie comparée, l'assise interne du parenchyme cortical, depuis savamment étudiée et heureusement dénommée endoderme par M. van Tieghem, n'avait pas encore d'autonomie reconnue; mais son assise se voit bien dans beaucoup de mes coupes, où elle peut être suivie, notamment dans les espèces où, en raison de caractères tout spéciaux, je l'avais distinguée sous le nom d'épiderme interne: Potamogeton gramineum, heterophyllum et pectinatum, Geum urbanum et crispum, Potentilla recta, où, par la structure de ses cellules, il fournit de bons caractères; Potamogeton perfoliatum et natans, Villarsia nymphoides, Triglochin maritimum, Rubus frutticosus, etc., chez lesquels ses cellules se colorent après la mort de la plante.

» L'endoderme se distingue en général, commun ou unique pour l'ensemble des corps libéro-ligneux qu'il entoure, et en partiel, lequel est divisé en fragments, dont chacun accompagne un segment de ce corps.

Il est général, dans les Parasites, chez les Cassytha, Cuscuta, Apodanthes, Brugmansia, Clandestina, Lathræa, la plupart des Orobanchées et Rhinantacées; chez les Aquatiques, dans les Alisma, Butomus (racines), Damasonium, Butomopsis, Villarsia nymphoides (non en V. parnassifolia), Limnanthemum Humboldtianum, Stratiotes (racines), Enhalus, Triglochin, Naias, Schenchzeria, Comarum, la plupart des Potamogeton; dans les plantes Terrestres, où l'endoderme général est la règle, on le voit nettement chez les Nicotiana, Physalis, Solanum, Olea, Epilobium, Fragaria, Geum, Potentilla, Polygonum, Polyanthes, Maianthemum, Ruscus.

» Lié d'ordinaire à la fragmentation du corps libéro-ligneux, l'endoderme partiel est commun chez les plantes parasites et les aquatiques. Je citerai, parmi les premières, les Cytinus, Cynomorium, Helosis, Rafflesia, Ombrophytum, Conopholis, Epiphegus, Anoplanthus, Ægynetia, Hyobanche, Phelypæa indica (rhizome), Arceuthobium, beaucoup de Viscum, etc.; et, parmi celles-ci, les Nymphæa, Nuphar, Butomus (pédicelle comme tige), Vallisneria (Stolone), Sagittaria, Sparganium, Juncus, Bapatea, Saururus, Hydrocharis (pédicelle).

- » Il est des points de physiologie qui se sont trouvés déduits, ipso facto, des observations anatomiques mêmes. Je citerai la respiration cutanée de beaucoup de parasites (Orobanche, Cytinus, etc.) avec ou sans stomates, mais toujours à épiderme chromulifère; des espèces demi-aquatiques que j'ai dénommées amphibies et qui, submergées, respirent par leurs cellules épidermiques remplies de chlorophylle (comme l'avait vu A. Brongniart) dans leur émersion, à la fois par l'épiderme et leurs stomates alors ouverts; de l'existence de lacunes dans le parenchyme, et parfois jusque dans le bois des espèces aquatiques, d'où se déduit encore, pour ces plantes, une respiration diffuse à l'intérieur des tissus.
- » Et, ce qui est plus inattendu, j'ai vu des lacunes aérifères analogues chez des plantes parasites, savoir : dans le parenchyme cortical des *Melampyrum*, *Rhinanthus* et *Pedicularis*; dans le corps ligneux des *Cassytha* (aussi chez le *Nuytsia*).
- » Je termine en rappelant que, si le but essentiel, à l'origine de mes recherches, fut l'application de l'Anatomie à la Classification, l'objet secondaire, mais non sans importance propre, était l'étude des organes composés jusque-là considérés généralement au seul point de vue de la Morphologie.
- » Or, ce qui démontre combien ces vues étaient rationnelles, c'est, à mon sens, moins la valeur des résultats auxquels elles m'ont conduit que le grand courant qu'elles ont provoqué et la vive impulsion qu'elles ont donnée aux études anatomiques.
- » Ce fut à la fois une résurrection et une réparation. L'Anatomie comparée des végétaux n'était pas seulement morte, son nom même était honni et proscrit comme ne pouvant conduire à aucune œuvre utile.
 - » Les temps sont changés. Un grand mouvement s'est produit.
- » Les travaux d'Histologie végétale, aux applications diverses, surgissent de toutes parts, sous les efforts d'une nouvelle génération, pleine de foi et d'ardeur, formée dans ces laboratoires de micrographie, obligatoires dans les études, dont la création toute moderne compte l'un de ses premiers berceaux à l'École de Pharmacie de Paris. Après y avoir été initiés aux éléments de la technique histologique générale, et plus spécialement de la biologie végétale, des adeptes (au nombre de plus de 200 chaque année) en sortent prêts à entreprendre des recherches originales que suivront avec intérêt, souvent inspireront et dirigeront, des maîtres qui,

pour la plupart jeunes encore, tiennent une grande place dans la science anatomique, où, par leurs travaux non moins que par l'influence qu'ils exercent autour d'eux, ils se sont mis au premier rang. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. G. Trouvé soumet au jugement de l'Académie une « Étude sur un nouveau système de navigation maritime avec pile à eau de mer ».

(Commissaires: MM. Pâris, de Jonquières, H. Becquerel.)

CORRESPONDANCE.

SYSTÈME MÉTRIQUE. — Études relatives à la comparaison du mêtre international avec le prototype des Archives. Note de M. Bosscha.

- « L'Académie des Sciences, en adoptant à l'unanimité, dans sa séance du 23 août 1869, un Rapport présenté par M. Dumas, au sujet de la création de nouveaux étalons de longueur, a posé la proposition suivante :
- « Le mètre et le kilogramme des Archives sont des prototypes : l'un est
- » l'unité fondamentale du système métrique; l'autre, l'unité de poids. Ils
- » doivent être conservés comme tels sans modification. »
- » L'opinion formulée par l'Académie a été partagée par le gouvernement français et adoptée par la Commission internationale instituée par décret du 1^{er} septembre 1869. Au point de vue pratique, elle était conforme au vœu émis par l'Association géodésique internationale qui, dans sa réunion de 1867, en demandant la construction d'un nouveau mètre européen, ajouta la condition « que la longueur de ce mètre devrait différer » aussi peu que possible du mètre des Archives et devrait en tous cas lui » être comparée avec la plus grande exactitude ».
- » Vingt ans après l'institution de la Commission internationale du Mètre, le Comité international des Poids et Mesures, qui l'avait remplacée en 1875, distribua les nouveaux étalons nationaux, après avoir arrêté leurs équations relatives à un mètre international, déclaré copie authentique du mètre des Archives.
 - » Cette copie est-elle exacte et les équations métriques des étalons natio-

naux reproduisent-elles la longueur du prototype avec toute la précision que l'on peut exiger?

- » Dans le travail que j'ai l'honneur de transmettre à l'Académie, j'ai tâché de répondre à ces questions, ainsi qu'à une autre, présentée parfois comme douteuse : celle de savoir si le mètre des Archives, dans son état actuel, permet d'en déduire une unité de longueur invariable, au degré d'exactitude réclamé pour les recherches de haute précision et compris entre le millionième et le demi-millionième, le micron et le demi-micron.
- » Pour décider d'abord cette dernière question, j'ai pu réunir quatre valeurs d'une même différence de longueur, celle du mètre n° 23 avec le mètre des Archives à 16°,44. Elles dérivent de quatre systèmes d'observations, entièrement indépendants entre eux.
- » Pour chacun de ces systèmes, on a employé un ajustement différent des organes qui, dans le procédé de M. Fizeau, servent à rendre accessibles au pointé les extrémités de l'axe et à définir ainsi matériellement la longueur du prototype. Dans un de ces systèmes, on a observé le mètre des Archives dans la position renversée, sens dessus dessous. Les quatre valeurs ont été obtenues à des époques différentes, embrassant une période de deux ans et demi; elles sont dues à trois groupes d'observateurs; le grossissement des microscopes a varié trois fois. Elles se trouvent représentées par les chiffres 1^µ,53, 1^µ,26, 1^µ,78 et 1^µ,01. Aucune de ces valeurs ne s'écarte d'un demi-micron de la moyenne.
- » La conclusion est évidente: Après un siècle d'existence, le mètre des Archives permet encore d'en déduire une unité de longueur invariable, avec toute la précision requise dans les mesures d'un prototype. A ce titre, il mérite d'être conservé, non seulement comme monument historique, mais aussi comme instrument scientifique de premier ordre.
- » La concordance est beaucoup moins satisfaisante dans les équations fondamentales, celles qui expriment les différences de longueur du mètre des Archives avec les nouveaux étalons à zéro.
- » D'après la résolution de la Conférence générale des poids et mesures, le mètre n° 6, proclamé mètre international, serait à zéro identique avec le mètre des Archives. D'après les mesures de la Commission néerlandaise, au contraire, la différence serait de 2^µ, 30 ou de 2^µ, 96, selon que le rapprochement des deux systèmes de déterminations s'opère par le mètre transitoire J₂ ou par le nouvel étalon national n° 20.
- » Je crois avoir prouvé que le désaccord n'est qu'apparent : il s'évanouit presque entièrement, si l'on applique un calcul plus détaillé et plus

exact, qui conduit, pour le mètre n° 6, à une équation différente de celle qui a été admise par la Conférence. L'écart qui subsiste ne dépasse pas l'incertitude inhérente aux mesures qui ont servi à établir l'équation fondamentale du mètre n° 6.

» Cette incertitude ne dépend pas d'un défaut dans la définition du mètre des Archives : elle provient principalement de deux causes différentes.

» La première réside dans l'insuffisance de l'abaissement de température que l'on a fait subir aux règles mesurées et dans le nombre trop restreint des observations faites à la plus basse température. Pour connaître la différence de longueur à zéro, on a observé à 18°, 17°, 15°, 10° et 4°,6, et, au lieu de devenir plus nombreuses à mesure que la température approche de zéro, les séries, prises dans le même ordre, se composent de 24, 12, 12, 6 et 5 comparaisons. Il en est résulté que l'équation à zéro a dû être calculée par extrapolation dans des conditions peu satisfaisantes. On démontre que, au point de vue de la probabilité du résultat, les 59 comparaisons équivalent à trois ou quatre comparaisons également bien faites, à zéro.

» La seconde cause d'incertitude consiste dans les conditions défavorables des observations exécutées à la plus basse température. La stabilité de l'équilibre thermique a laissé à désirer et, par un hasard regrettable, les corrections peu sûres, dues à un défaut de la mise au point, y ont été

exceptionnellement élevées.

» Le calcul plus exact de l'équation fondamentale du mètre international abaisse à 0^{\mu}, 12 et 0^{\mu}, 77 les écarts, signalés ci-dessus, de 2^{\mu}, 30 et 2^{\mu}, 96. On peut indiquer des causes d'erreur qui permettraient de diminuer encore le désaccord, s'il était possible d'évaluer leur influence en microns.

» L'examen des observations qui ont fourni les équations métriques des nouveaux étalons confirme ainsi la conclusion que l'on déduit des mesures de la Commission néerlandaise, savoir :

» Le mêtre international et les étalons nationaux, tels qu'ils sont définis par les équations sanctionnées par la Conférence générale des poids et mesures, représentent une unité de longueur sensiblement différente du mètre des Archives. Ils sont plus courts d'environ 2¹⁴, 6, c'est-à-dire d'environ un quatrecent-millième de leur longueur. »

GÉOMÉTRIE. — Sur une propriété d'involution commune à un groupe plan de cinq droites et à un système de neuf plans. Note de M. PAUL SERRET.

« La propriété établie pour un groupe plan quelconque de cinq droites a-t-elle son analogie dans la figure formée de neuf plans quelconques

$$P_1, P_2, \ldots, P_9$$
?

» En d'autres termes,

$$D_1$$
, D_2 , ..., D_9

désignant les diamètres communs aux surfaces du second ordre inscrites aux neuf plans actuels

les droites D_i , déjà concourantes en d, représentent-elles, relativement à une certaine surface auxiliaire du second ordre, de centre d, les diamètres conjugués des sections parallèles aux plans correspondants P_i ?

- » On peut répondre affirmativement à cette question, sinon dans le cas général de neuf plans sans aucune dépendance réciproque, au moins pour la figure formée de huit plans arbitraires P₄, P₂, ..., P₈, associés à un neuvième plan P₉ dont la direction dépend des directions des huit autres.
- » L'analogie énoncée sous forme interrogative subsiste, en effet, pour le système formé de neuf plans parallèles aux neuf plans tangents communs à deux cônes concentriques de troisième classe. Et la surface auxiliaire S_2 , pour laquelle les droites D_i représentent les diamètres conjugués des sections parallèles aux plans P_i , n'est autre, encore, que l'ellipsoide dérivé cubiquement des neuf plans actuels P_4, \ldots, P_9 , ou compris, accidentellement, dans la forme

(1)
$$0 = \sum_{1}^{9} \lambda_{1} P_{1}^{3} \equiv ax^{2} + a'y^{2} + a''z^{2} + ... \equiv f(x, y, z)$$

abaissée au second degré à l'aide des coefficients.

» On doit remarquer d'ailleurs que la réduction au second degré de la forme précédente, qui eût exigé, normalement, la présence sous le signe Σ de *onze* fonctions linéaires P_4, \ldots, P_{44} , sera néanmoins assurée ici, pourvu que les neuf plans actuels P_4, \ldots, P_9 étant transportés parallèlement à

eux-mêmes en P'₁, ..., P'₉ autour d'une même origine, ces nouveaux plans donnent lieu à l'identité spéciale

$$(\mathbf{r}') \qquad \mathbf{o} = \sum_{1}^{9} \lambda_{1} \mathbf{P}_{1}'^{3} = \sum_{1}^{9} \lambda_{1} (a_{1}x + b_{1}y + c_{1}z)^{3},$$

laquelle exprime, comme je l'ai montré ailleurs, que les nouveaux plans P'_i font neuf plans tangents communs à deux cônes concentriques de troisième classe.

- » Réciproquement, l'identité (1') entraîne l'identité (1), ou l'existence d'un ellipsoïde, dérivé cubiquement du groupe des neuf plans P_i .
- » Actuellement, comme le centre de l'ellipsoïde dérivé (1) se trouve représenté, d'une part, par les équations ordinaires

(2)
$$0 = f_x' = f_y' = f_z',$$

d'autre part, et d'après l'identité (1), par les équations

$$(2') \qquad o = \sum_{i=1}^{9} \lambda_{i} a_{i} P_{i}^{2} = \sum_{i=1}^{9} \lambda_{i} b_{i} P_{i}^{2} = \sum_{i=1}^{9} \lambda_{i} c_{i} P_{i}^{2},$$

ces dernières, identiques aux précédentes (2), et dès lors réduites, comme celles-là, au premier degré, définissent trois *plans* particuliers compris dans la forme générale

$$\Sigma_{i}^{9} \lambda_{i}' P_{i}^{2} = o;$$

ou, comme on l'a montré ailleurs, trois plans diamétraux de l'ellipsoïde inscrit au système des neuf plans P_i.

» L'ellipsoïde inscrit et l'ellipsoïde dérivé ont donc le même centre. Et si, reprenant l'ellipsoïde dérivé du groupe initial

$$P_1 P_2 \dots P_9 = 0$$

écrit à présent sous la forme

$$(4) o = \lambda_1 P_1^3 + \Sigma_2^9 \lambda_2 P_2^3 \equiv S,$$

nous faisons intervenir, à titre auxiliaire, un nouvel ellipsoïde S', dérivé du groupe parallèle

 $(P_1 + h)P_2 \dots P_0 = 0,$

et représenté, avec les mêmes coefficients à, par l'équation analogue

$$(4') \qquad \qquad o = \lambda_1 (P_1 + h)^3 + \Sigma_2^0 \lambda_2 P_2^3 \Longrightarrow S',$$

l'identité résultante

(4")
$$S' - S \equiv \lambda_4 h (3P_4^2 + 3hP_4 + h^2)$$

exprime que, nos deux ellipsoïdes dérivés admettant deux sections planes parallèles entre elles et parallèles au plan P₄, le diamètre des sections parallèles à ce plan est le même pour ces deux ellipsoïdes. Mais, nos deux ellipsoïdes ayant en commun les huit plans tangents P₂, P₃, ..., P₉, leur diamètre commun se peut construire et n'est autre que la droite D₄ définie plus haut. La droite D₄ représente donc le diamètre conjugué des sections parallèles au plan P₄ pour les deux ellipsoïdes S, S', ou pour le seul ellipsoïde S; et la première analogie que nous avions en vue se trouve démontrée. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — Sur les lois de l'écrouissage et des déformations permanentes. Note de M. G. Faurie.

« Si l'on désigne par F l'effort, rapporté à l'unité de section actuelle, qui produit sur la longueur L l'allongement permanent l; par R l'effort, rapporté à l'unité de section primitive, pour lequel les déformations commencent à se produire, la différence F - R est ce qu'on nomme l'écrouissage.

» Soient K et α deux constantes dépendant de la nature du métal qui doit être évidemment à l'état de recuit complet, on a

$$\mathbf{F} - \mathbf{R} = \mathbf{K} \frac{l}{\mathbf{L} + \alpha l}$$

ou

$$F = R + K \frac{l}{L + \alpha l}.$$

» Désignons par s la section actuelle, alors que l'allongement permanent est l et S la section primitive, on a, la densité d'un métal ne changeant pas, en général, pendant le travail,

$$s(L+l) = LS.$$

Multiplions par s les deux membres de l'expression (ι') et remplaçons s par sa valeur $s = \frac{LS}{L+l}$; il vient, en divisant tous les termes par S et posant $\frac{Fs}{S} = \Phi$,

(2)
$$\Phi = \frac{\mathrm{RL}}{\mathrm{L} + l} + \mathrm{K} \frac{l \mathrm{L}}{(\mathrm{L} + l)(\mathrm{L} + \alpha l)}.$$

» L'expression (2) fait connaître, à chaque instant, les efforts rapportés à l'unité de section primitive, en fonction des allongements permanents.

Pour les cuivres du Chili,	R étant égal à	5	K = 200,	$\alpha = 5$
» » de Rio,	R »	5	K = 200,	$\alpha = 4,5$
Laiton: 67 Cu, 33 Zn,	R »	II	K = 150,	$\alpha = 2$
Laiton d'aluminium,	R °»	16	K = 400,	$\alpha = 5,5$

» Il est aisé de vérifier, en construisant pratiquement les courbes des efforts en fonction des déformations permanentes, que la formule (1) représente la loi de l'écrouissage et la formule (2) la loi des déformations permanentes. »

ASTRONOMIE. — Observation de la comète Wolf. Note de M. J. Léotard.

« Le 27 août 1891, 11h, lunette 108mm. Observateur M. Jacques Léotard:

Ascension	droite	 	 3h 20m	environ
Déclinaiso	n	 	 25°50′	environ

- » Faible nébulosité de 3' environ de diamètre, »
- M. E. Nadalon adresse la description d'un instrument qui permettrait d'évaluer le diamètre d'une tige à $\frac{1}{100}$ ou $\frac{1}{200}$ de millimètre près.

La séance est levée à 4 heures.

J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 31 aout 1891.

Anatomie comparee des végétaux; par G.-A. Chatin. Livraison 14. Paris, J.-B. Baillière et Cie, 1891; br. gr. in-8°.

Traité scientifique et industriel de la ramie; par Félicien Michotte. Culture et décorticage. Paris, J. Michelet, 1890; i vol. gr. in-8°.

Contribution à l'étude de l'état cléistogamique. Sur le Dadi-Go ou Balan-counfa; par M. ÉDOUARD HECKEL. (Extrait des Annales de la Faculté des Sciences de Marseille); br. in-4°.

Rapport sur les travaux du Conseil central de salubrité et des Conseils d'arrondissement du département du Nord pendant l'année 1890; par M. Thibaut. N° XLIX. Lille, L. Danel, 1891; 1 vol. in-8°.

Précis de thérapeutique vétérinaire; par Paul Cagny. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1892; 1 vol. in-8°. (Envoyé au concours Montyon, Médecine et Chirurgie).

Anales de oficina meteorologica argentina; por su director Gualterio G. Davis. Tomo VIII. Buenos Aires, E. Coni e Hijos, 1890; 1 vol. gr. in-4°.

The development of the pronephros and segmental duct in amphibia; by HERBERT H. FIELD. Cambridge, U. S. A., printed for the Museum of comparative Zoology. June 1891; 1 vol. in-8°.

Annual report of the Board of Regents of the Smithsonian institution. July 1889. Washington, Government printing office, 1890; 1 vol. in-8°.

Beschreibung der Ausstellungs-Gegenstände; von Professor K.-W. Zenger. Prag, August 1891; br. in-8°. (Deux exemplaires.)